CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA och GÖTEBORGS UNIVERSITET

FUF045/FYP302 - Speciell Relativitetsteori. 2020-01-15

Examinator: Gabriele Ferretti rum: Soliden S3039
tel. 031-7723168, 0721582259 email: ferretti@chalmers.se

OBS: Nästa granskningstillfälle: 2020-02-07, 16:00-17:00 i Origo F-N6115

Hjälpmedel:

- Chalmersgodkänd miniräknare.
- Physics Handbook

Betygsgränser:

Del 1 innehåller 4 enkla uppgifter, varav man kan få 10 poäng/uppgift.
Del 2 innehåller 2 mer konceptuella uppgifter (20 poäng/uppgift).

För att nå godkänd nivå (3 eller G) räcker det med 25 poäng i **Del 1**.
OBS: Bonuspoäng kan inte användas för det.

För att få överbetyg måste man ha minst 35 poäng i **Del 1**, samt följande antal poäng när man räknar ihop **bonuspoäng plus Del 2**:
(CTH: 25-35: **4**, > 35: **5**) (GU: > 30: **VG**)

Del 1

1

Man brukar beskriva röd-förskjutningen av en supernova i termer av en variabel z definierat som $1 + z = \lambda_{\text{obs.}}/\lambda_0$, där $\lambda_{\text{obs.}}$ är den observerade våglängden av en spektral linje från supernovan och λ_0 är våglängden av samma linje från atomen (eller molekylen) i vila.

Vi observerar tre olika supernovor A, B och C med $z_A = 0.05$, $z_B = 0.2$, $z_C = 0.9$. Bestäm deras hastighet relativt jorden, samt deras relativa avstånd från jorden.

(*Anta att rörelsen bara är i radiell riktning*)

2

En ρ-meson sönderfaller till två pioner: $\rho \to \pi^+ \pi^-$ ($\pi^\pm$ har samma massa). Efter sönderfallet rör pionerna sig i motsatt håll med *vanlig* hastighet $v_{\pi^+} = 0.2\,c$ respektive $v_{\pi^-} = -0.1\,c$.
Bestäm den ursprungliga ρ-mesonens hastighet. (*OBS: Man behöver inte veta massornas värden för att lösa denna uppgiften.*)

3

Universum är fyllt med fotoner från den kosmiska strålning (CMBR) med energi $E_{CMBR} \approx 2.3 \times 10^{-4}$ eV. Vad är den högsta (tröskel) energi en foton som färdas genom kosmos kan ha, utan att skapa ett elektron-positron-par vid kollision med en CMBR-foton? Processen är $\gamma + \gamma \to e^+ + e^-$. $m_{e^+} = m_{e^-} = 0.511$ MeV.

4

Vilken av dessa vektorer kan beskriva 4-rörelsemängden av en partikel och varför/varför inte? (Notationen är $p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z)$, enheter $c = 1$.)

$p^\mu_A = (240, 130, 190, 0)$ MeV
$p^\mu_B = (-160, 10, -70, 0)$ MeV
$p^\mu_C = (130, 110, 100, 0)$ MeV
$p^\mu_D = (240, 130, -190, 100)$ MeV

Del 2

A

Beskriv Maxwells ekvationer i 4-dimensionell formalismen. Du behöver inte "härleda" de men visa hur man återfår *minst en* av de vanliga 3-dim ekvationerna, samt hur kontinuitetsekvationen följer från de.

B

Beskriv tensor-begreppet och hur vi använder det i speciell relativitetsteori. Ge några exempel.

PROBLEM 1

$$1+z = \frac{\lambda_{OBS}}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}.$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}\, c$$

$$v_A = 0.049\, c \simeq 1.5 \times 10^7 \, m/s$$

$$v_B = 0.18\, c \simeq 5.4 \times 10^7 \, m/s$$

$$v_C = 0.57\, c \simeq 1.7 \times 10^8 \, m/s$$

Since $d \propto v$ (Hubble's law).

$$d_A : d_B : d_C = 1.5 : 5.4 : 17.$$

e.g. $\frac{d_B}{d_A} \simeq 3.6$ (B is 3.6 times farther away).

Note that this whole calculation is a bit oversimplified since it does not take into account the expansion of the universe in a proper way.

PROBLEM 2

$$P_{\pi^+} = m_\pi v_{\pi^+} \gamma(v_{\pi^+}) \quad \text{(same for } \pi^- \text{ and } \rho \text{.)}$$
$$E_{\pi^+} = m_\pi \gamma(v_{\pi^+})$$

$$P_{\pi^+} + P_{\pi^-} = P_\rho$$
$$E_{\pi^+} + E_{\pi^-} = E_\rho$$

Take the quotient:

$$\frac{\cancel{m_\pi} v_{\pi^+} \gamma(v_{\pi^+}) + \cancel{m_\pi} v_{\pi^-} \gamma(v_{\pi^-})}{\cancel{m_\pi} \gamma(v_{\pi^+}) + \cancel{m_\pi} \gamma(v_{\pi^-})} = \frac{\cancel{m_\rho} v_\rho \cancel{\gamma(v_\rho)}}{\cancel{m_\rho} \cancel{\gamma(v_\rho)}}$$

$$\Rightarrow v_\rho = \frac{v_{\pi^+} \gamma(v_{\pi^+}) + v_{\pi^-} \gamma(v_{\pi^-})}{\gamma(v_{\pi^+}) + \gamma(v_{\pi^-})} =$$

$$= \frac{0.2 \times 1.0206 - 0.1 \times 1.005}{1.0206 + 1.005} =$$

$$= 0.05115 \quad (\times c).$$

Note that for $v \sim 0.1$ or 0.2 the γ factors are still pretty close to 1.

PROBLEM 3

$$P_\gamma^\mu = (E_\gamma, 0, 0, E_\gamma) \qquad P^\mu_{CMBR} = (E_{CMBR}, 0, 0, -E_{CMBR})$$

$\hat{z}$

E_γ

HIGH ENERGY PHOTON

E_{CMBR}

PHOTON FROM BACKGROUND RADIATION

$$P_\gamma^\mu + P^\mu_{CMBR} = P^\mu_{e^+} + P^\mu_{e^-}$$

$$(P_\gamma^\mu + P^\mu_{CMBR})^2 = (E_\gamma + E_{CMBR})^2 - (E_\gamma - E_{CMBR})^2$$

$$= 4 E_\gamma E_{CMBR}.$$

$$(P_{e^+} + P_{e^-})^2 = P_{e^+}^2 + P_{e^-}^2 + 2 P_{e^+} \cdot P_{e^-} =$$

$$= m_e^2 + m_e^2 + 2 m_e^2 \cdot \gamma(v_{rel}) \geq 4 m_e^2$$

$$\Rightarrow 4 E_\gamma E_{CMBR} \geq 4 m_e^2$$

$$\Rightarrow E_\gamma \geq \frac{m_e^2}{E_{CMBR}} = \frac{(0.511 \times 10^6\, eV)^2}{2.3 \times 10^{-4}\, eV} =$$

$$= 1.1 \times 10^{15}\, eV = 1.1 \times 10^6\, GeV$$

(!).

PROBLEM 4

A) Yes: $\sqrt{130^2 + 190^2} \simeq 230 < 240$

P_A timelike.

B) No! P_B timelike BUT $E < 0$!

C) No $P_C^2 < 0$ spacelike

D) No $P_D^2 < 0$ $\left(P_D^2 = 240^2 - 130^2 - (-190)^2 - 100^2 = -5400\right)$.